

1 < 1 >

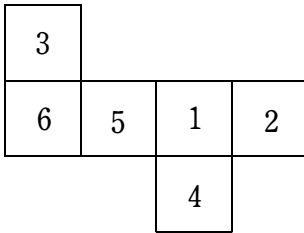
下の(1)～(5)は、1～6の数字が書かれた正方形を6枚つなげた図です。それぞれ、次のA～Cの中からあてはまるものを1つ選び記号で答えなさい。

A：立方体ができる展開図で、すべての向かい合う面の数字の和が7になる。

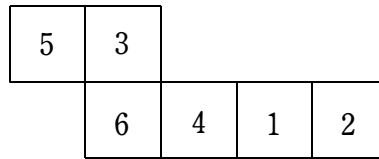
B：立方体ができる展開図であるが、向かい合う面の数字の和が7でないものもある。

C：立方体ができる展開図ではない。

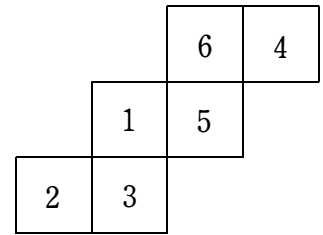
(1)



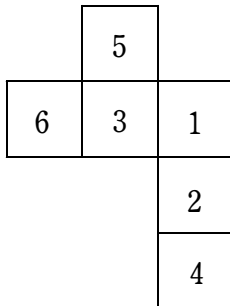
(2)



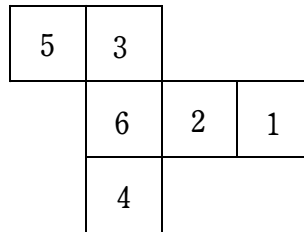
(3)



(4)



(5)

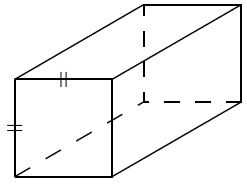


< 2 >

A, B, C, Dのおもりの重さを調べたところ、次の①～③のことがわかりました。このとき、A, B, C, Dのおもりを軽い順に並べなさい。

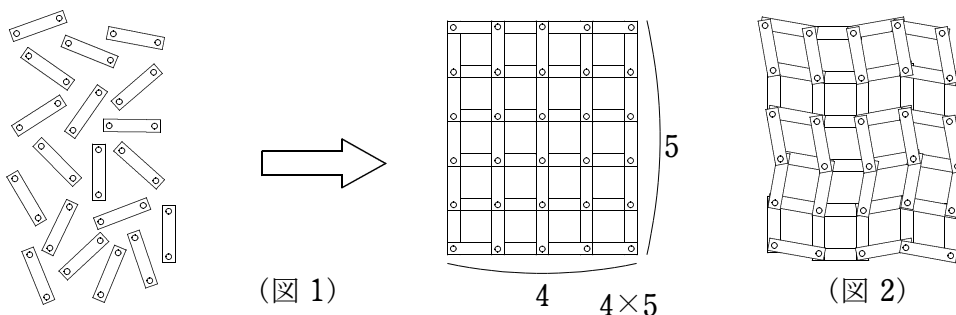
- ① A 1個と C 1個の重さの合計は、B 1個と D 1個の重さの合計と同じになりました。
- ② A 1個と D 1個の重さの合計は、B 1個と C 1個の重さの合計より重いです。
- ③ A 1個と B 2個の重さの合計は、A 1個と C 1個と D 1個の重さの合計と同じになりました。

② 右の図のように、2つの正方形と4つの長方形で囲まれた直方体があります。この立体の各面のそれぞれに白または赤の色を塗ることにします。塗り終えた立体において、回転して同じ塗り方になるものは1通りとします。ただし、各四角形には1つの色を塗るものとします。

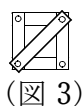


- (1) 6つの四角形がすべて同じ色であるとき、塗り方は何通りありますか。
  
- (2) ちょうど5つの四角形がすべて同じ色であるとき、塗り方は何通りありますか。
  
- (3) ちょうど4つの四角形がすべて同じ色であるとき、塗り方は何通りありますか。
  
- (4) 塗り方は全部で何通りありますか。

③ 建物を建てる時、車で運べる資材の長さは限られています。そのため、資材をつなぎ合わせて建物を建てます。今回は同じ長さの鉄材(図 1 左)を用いて建物を建てるとし、その鉄材の端を1つのボルトでつなぎ合わせ、建物のフレームを組みました(図 1 右)。しかし、長い時がたつと、ボルトが緩んでしまうかもしれません。ボルトが緩んでしまったら、このフレームは崩れてしまいます(図 2)。ただし、鉄材そのものが折れ曲がることは考えないものとします。



ここで、(図 2) のように各四角形が動き(変形し)フレームが崩れてしまうことから、崩れないような対策として、ア 四角形に「梁(はり)」と呼ばれる対角線を入れ、三角形をつくります。各四角形が歪んでは大変なので、ここでは四角形のすべての角がちょうど  $90^\circ$  となるように梁の長さをとります(図 3)。




今回は  $4 \times 5$  のフレーム(図 1 右)を固定するために、梁をどこにどのように入れたらよいか考えます。すぐに思い浮かぶのは「各四角形すべてに 1 本の梁を入れること」ですが、すべて入れなくてもフレームが固定されるのであれば、その方がコストが抑えられるのでよいです。そこで、最小何本で固定されるかを考えます。

AさんとBさん2人でこの問題を考えました。

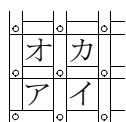
問題は、次のページに続きます

- (1) 下線部アに三角形をつくとありますが、これについて Aさんと Bさんが次のような会話をしています。

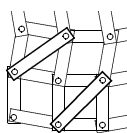
<p>A：四角形だと固定されなくて、三角形では固定されるのは不思議だよね。</p> <p>B：でも実際に建物を見ると、三角形ができるように梁<small>はり</small>がついているよね。ほら、写真もそうだよ！</p> <p>A：言われてみるとそうだね。こんな風に梁がついている建物は良く見かけるよね。</p> <p>B：う～ん・・・。そうだ！考えてみるとイ 四角形は 4つの辺の長さが分かっているだけだと色々な四角形ができるよね。でも三角形は、<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">(i)</span>。</p> <p>A：三角形って丈夫な形なんだね～。日常にも使われているってわかったよ！</p>	
--	--

下線部イを参考に、(i)に入る「三角形では固定される」理由を答えなさい。

- (2) 最小何本で固定されるかを考えるため、Aさんが先に次のように考えました。その考えを聞き、Bさんの考えも出てきました。①～⑤に入る記号(ア～ト)または数を答えなさい。ただし、以下の説明でア～トは次の(図4)、(図6)の四角形の場所を指すものとします。



(図4)



(図5)



(図6)

■ Aさんの考え

まず、 $2 \times 2$ の小さいフレーム(図4)で考えてみる。梁をイに入れるとその四角形だけすべての角が $90^\circ$ になって動かない。しかし、フレームは固定されない。さらに梁をオに入れてみると、フレームは(図5)のようにまだ固定されない。さらに梁をカにも入れてみると、①の四角形には梁を入れなくてもフレームは固定される。それは、①の四角形は梁を入れなくてもすべての角は $90^\circ$ になるからである。

では、 $4 \times 5$ の(図6)でも同じように考えていく。イ・オ・カに梁を入れた状態で、さらにコにも梁を入れる。そうすると、オ・カ・コの3つの四角形はすでに動かないので、②の四角形も梁を入れなくても動かない。同じように必要なところを考えると、 $4 \times 5$ のフレームであれば、全部で最小③本必要だと分かった。

その考えを聞いた B さんは、A さんの考えを応用できることに気づきました。

■ B さんの考え

(図 6)において、例えばア・エ・オの 3 つに梁<sup>はり</sup>を入れたとき、④の四角形は梁を入れなくても動かない。理由を考えてみる。

1 つの四角形は辺の長さがすべて等しいことから、歪<sup>ゆが</sup>んでいる四角形は、ひし形になる。ひし形の性質から、向かいあう辺は平行である。この平行である性質を利用すると、フレームの縦に並ぶ<sup>たて</sup>辺・横に並ぶ<sup>よこ</sup>辺は平行に動くことがわかる。だから、ア・エ・オの 3 つに梁を入れたとき、④の四角形は梁を入れなくても動かない。

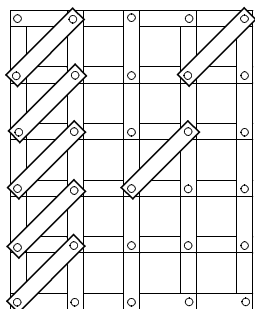
梁の入れ方を変えて、例えば、カ・④・⑤の 3 つに梁を入れたときには、タの四角形は梁を入れなくても動かない。

だから、A さんのような考えで梁を入れる以外にも梁の入れ方がある。ただし、最小本数は A さんと同じ本数となった。

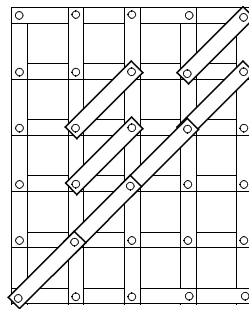
- (3) (2)の B さんの考えの中で、ひし形の性質がでてきましたが、波線部<sup>~~~~</sup>以外にもひし形の性質はいくつかあります。そのうちの 1 つを答えなさい。

- (4) 次の図は、あと 1 本の梁を入れるとフレームが固定されます。梁を入れる場所はいくつかありますが、<sup>かいとうらん</sup>解答欄の図にはそのうちの 1 本をかきこみなさい。

(I)



(II)



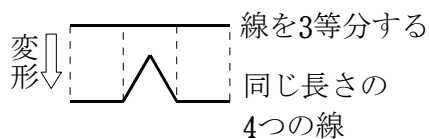
4 容器 A と容器 C には、ともに濃度 3% の食塩水 400g が入っています。また、容器 B と容器 D には、ともに濃度 12% の食塩水 600g が入っています。これについて次の問いに答えなさい。

(1) 容器 B の食塩の重さは何 g ですか。

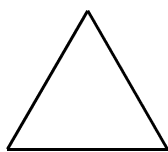
(2) 容器 A から何 g かの食塩水を取り出したあと、容器 B から何 g かの食塩水を取り出し、容器 A に入れて混ぜると、容器 A は濃度 9% の食塩水 600g になりました。容器 A から取り出した食塩水は何 g でしたか。

(3) 容器 C と容器 D から同じ量の食塩水を取り出します。容器 C から取り出した食塩水を容器 D に、容器 D から取り出した食塩水を容器 C へ同時に入れかえると、容器 D の濃度が容器 C の 2 倍になりました。このとき、容器 C から取り出した食塩水は何 g でしたか。

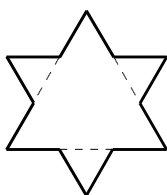
5 1本の線を3等分して下の図のように変形します。



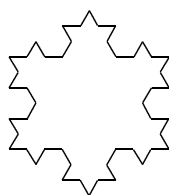
この変形を面積が  $1\text{cm}^2$  の正三角形(図①)の各辺におこないます。すると、図②になり、図②の各辺を同じように変形すると図③になります。さらに、同じように変形すると図④になります。このとき、次の問いに答えなさい。



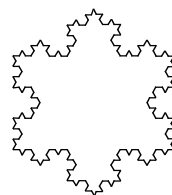
図①



図②



図③



図④

(1) 図①と図②の周の長さの比を最も簡単な整数の比で答えなさい。

(2) 図②の面積を求めなさい。

(3) 図③の面積を求めなさい。

(4) 図④の面積を求めなさい。

問題はこれで終わりです