

1 <1>

【ルール】 ☆と△と□と○と◎の5種類の記号があります。

☆☆☆☆ \leftrightarrow △ △△△△ \leftrightarrow □ □□□□ \leftrightarrow ○ ○○○○ \leftrightarrow ◎

このように相互で交換ができるものとします。

例えば、A ☆22個をできるだけ少ない個数の記号に交換すると、□△☆☆となります。

また、B □△△☆をすべて☆にすると、☆25個に交換できます。

このルールに従って、次の問いに答えなさい。

(1) Aを参考にして、☆100個をできるだけ少ない個数の記号に交換しなさい。

(2) Bを参考にして、◎□□☆をすべて☆に交換したとき、☆は何個できますか。

<2>

太郎君と次郎君の家では、お手伝いをした日は、100円硬貨1枚をもらいます。お手伝いができなかった日は、50円硬貨1枚と10円硬貨1枚をもらいます。

このとき、次の問いに答えなさい。

(1) 太郎君が、2週間後に合計金額を確かめると1200円ありました。何日お手伝いをしましたか。

(2) 次郎君がある日、合計金額を確かめると1600円ありました。何日お手伝いをしましたか。考えられるすべての日数を少ない日数の順に答えなさい。

□2 A, Bの容器に重さのわからない2種類の食塩水があります。その濃度はAが8%で、Bが2%です。これについて、次の問いに答えなさい。

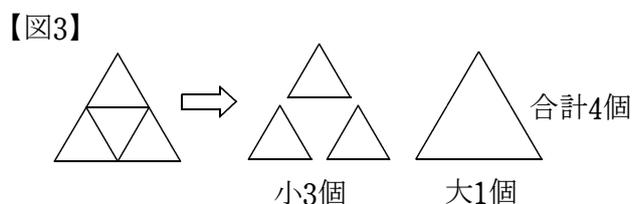
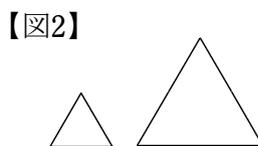
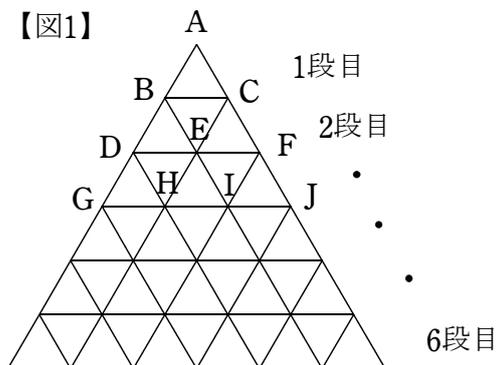
(1) Aの容器の食塩の重さが60gのとき、食塩水の重さは何gですか。

(2) AとBの容器から食塩水をそれぞれ何gかずつ取り出して混ぜると6%の食塩水になりました。取り出したAとBの食塩水の重さを最も簡単な整数の比で答えなさい。

(3) AとBの容器から同じ重さの食塩水を取り出し、それに水を400g加えて混ぜると3%の食塩水になりました。3%の食塩水の重さは何gですか。

問題は、次のページに続きます。

- ③ 1辺の長さが、1cmの正三角形を下の【図1】のように6段積み上げました。このとき、図の中の上を向いている三角形がいくつあるかを数えます。



【数え方】

【図2】のような向きの三角形を上を向いている三角形とします。また、【図3】のように、大きさが違ったり、重なっていても、それぞれを1個と数えます。【図3】であれば、三角形は4個となります。

以下は、先生とAさんがどのように数えたのかについて話をしています。また、会話文、問題文の三角形は、すべて上を向いている三角形を意味します。

先生：Aさんはどのようにして三角形を数えたのかな？工夫しましたか？

A：私は、三角形の大きさに分けて数えました。1辺の長さが1cmの三角形は、1段目に1個、2段目は(ア)個となり、3段目は(イ)個となります。あとは、同じように数えると、全部で(ウ)個となります。次は1辺の長さが2cmの三角形…1段目だと出来ないから、2段目から数えていくと…、1辺2cmの三角形は全部で(エ)個となります。順番に数えていると、増え方に規則があることに気付いたので、式に表して計算しました！

先生：なるほどね！ちゃんと式に表して計算したんだね。重ならないように気をつけて数えられていますね。

A：でも答えはあっているのかなあ…。全部で(オ)個で正しいですか？

先生：そうですね、あっていますよ。

A：良かった～。でも、他にも数え方があるのかなあ…。

先生：考えてみますか？少し難しいかもしれませんが、別の方法もありますよ。

A：よし、考えてみます！先生！

先生：頑張りましょう！実はね、【図1】において、辺を1つ決めると、三角形は必ず1個に決まるのです。例えば、辺BCを使ってできる三角形は、三角形ABCしかありませんよね。他にも、辺DEだと三角形BDEができ、辺DFだと三角形①ができます。

A：本当だ！と言うことは…辺がいくつできるか考えるんですね。

先生：そうですね。ただし、辺BCを使ってできる三角形と辺ABを使ってできる三

角形は同じですよね。重複して数えてしまわないように注意しないとイケません。そこで、辺BCや辺DFのような、上を向いている三角形の底辺となる辺だけを数えていきます。

A : 分かりました！辺は2つの頂点を結ぶと出来るから、2つの頂点の選び方を考えるんじゃないですか？

先生 : …と言うと？

A : 2段目の底辺DFだと、3個の頂点D, E, Fから2個の選び方が何通りあるかを考えるんです！そうすると、【図4】のように頂点の結び方は全部で3通りになります。だから、2段目の底辺からは、3個の三角形ができるってことです。さらに、3段目の底辺GJだと、4個の頂点G, H, I, Jから2個選ぶのは…【図5】のような結び方になって、三角形が6個できるんです。

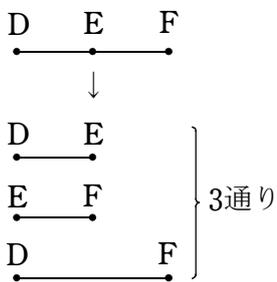
先生 : Aさん、すごいですね！

A : そうすると、残りは…4段目は(カ)個の頂点から2個を選ぶから…三角形は②個ですね。同じように数えると…5段目では、三角形が15個、6段目は21個ですね。

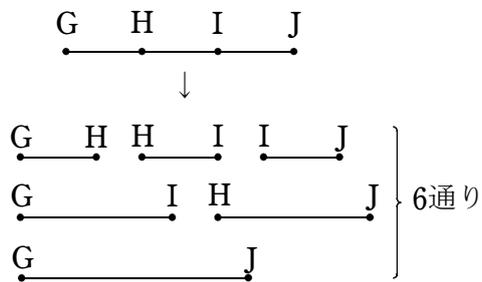
先生 : そうですね。そしたら、Aさんの方法で数えた三角形の個数と同じ個数になりましたね。

A : それぞれの考え方を知るので、新たな発見があるし楽しいですね。

【図4】



【図5】



会話文について、次の問いに答えなさい。

- (1) (ア) ~ (カ) に当てはまる数を求めなさい。
- (2) ①に入る三角形を答えなさい。
- (3) 『4段目は(カ)個の頂点から2個を選ぶから…三角形は②個』とありますが、【図4】や【図5】の考え方を利用し、②に当てはまる数を求めなさい。
- (4) 7段に増やしたとき、三角形の個数は全部で何個ですか。

4 Aくんは、算数の参考書の中にあつた一枚の^{いちまい}写真に出会いました。



これは「和算」と呼ばれる、江戸時代に発達した日本独自の数学であり、江戸時代に大ベストセラーになった本『塵劫記』に載っている一問のようです。大ベストセラーになる本の中身が気になり、調べることにしました。するとその中身は、次のような問題でした。

斗桶とに油が1斗(=10升しやう)ある。これを二人で分けるが、7升しやうますと3升しやうますしかない。これらを使い、5升しやうずつ等分してほしい。 ※升：体積の単位、1升=約1.8L

Aくんは、この問題を考えることにしました。この斗桶には目盛りがついていないので、一回の操作で、油を移す先の容器を一杯にするか、移している容器を空にするしかありません。

Aくんは、1斗(10升)ます、7升ます、3升ますがあると考え、油を移動する過程を表にしながら考えてみました。そうすると、①何度か油を移動させるとちょうど5升ずつになりました。また、②違う移動の仕方でも、何度か移動させると5升ずつになりました。

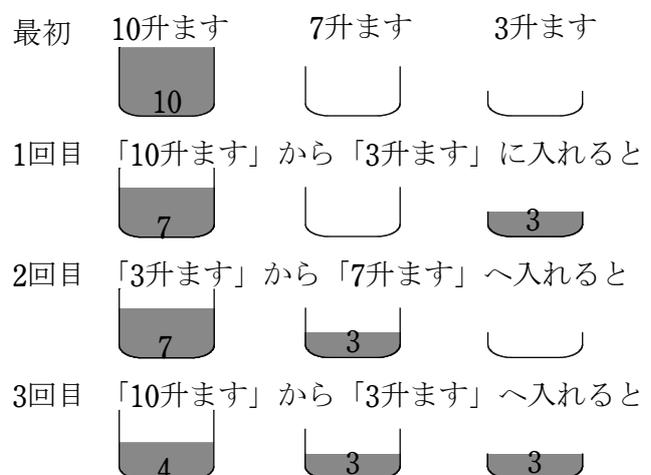
次の問いに答えなさい。

- (1) 下の【表1】は、波線部①のとき、Aくんが油を移動させた回数と、そのときのそれぞれのますに入っている油の量を表にしたものです。また、【図1】は、0~3回までの【表1】に表された移動を具体的に表しています。【図1】を参考に、【表1】の㉗~㉙に入る数を求めなさい。

【表1】

回数	10升ます	7升ます	3升ます
0(最初)	10	0	0
1	7	0	3
2	7	3	0
3	4	3	3
4	㉗	6	0
5	1	6	3
6	1	7	㉘
7	㉙	㉚	㉛
8	㉜	2	0
9	5	2	3
10	5	5	0

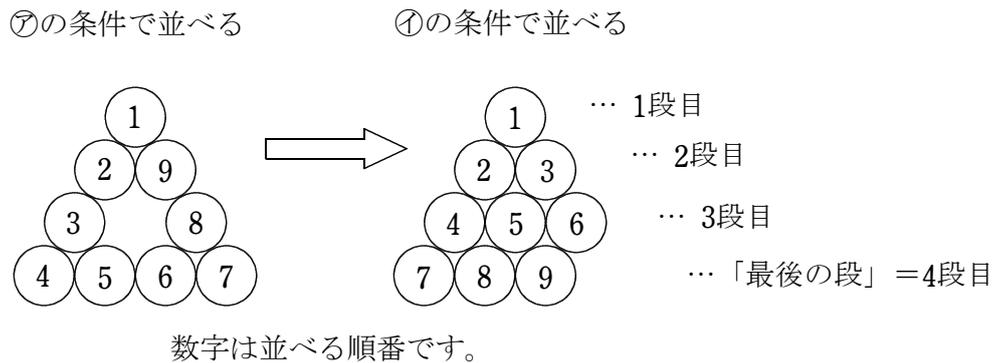
【図1】



5 3個以上の^{ごいし}基石を、次の条件⑦、⑧の順に^{なら}並べます。

- ⑦ 正三角形の形に並べる。ただし、並べた基石の内側には基石を並べない。
- ⑧ ⑦で並べた個数の基石を正三角形の形になるように上から順に並べていく。そのとき、上から^{だん}1段目、2段目…と数えていき、最後の基石が並べられた段を「最後の段」と呼ぶ。

例えば、下の図のように、⑦の条件で1辺に4個ずつ並べると9個の基石を使い、その個数の基石で⑧の条件で並べると「最後の段」は4段目になります。



次の問いに答えなさい。

- (1) ⑦の条件で1辺に5個ずつ並べると使った基石は何個ですか。また、その個数の基石で⑧の条件で並べると「最後の段」は何段目ですか。
- (2) ⑦の条件で1辺に10個ずつ並べると使った基石は何個ですか。また、その個数の基石で⑧の条件で並べると「最後の段」は何段目ですか。
- (3) AさんとBさんは合計39個の基石を使い、それぞれが⑦の条件で基石を並べると、Bさんの方がたくさんの基石を並べました。次に、それぞれが並べた基石を使って⑧の条件で並べると2人の「最後の段」は同じでした。このとき、Bさんが⑦の条件で並べた正三角形の1辺あたりの基石は何個ですか。
- (4) AさんとBさんとCさんは合計51個の基石を使い、それぞれが⑦の条件で基石を並べました。AさんよりBさんの方が、BさんよりCさんの方がたくさんの基石を並べました。次に、それぞれが並べた基石を使って⑧の条件で並べると、3人の「最後の段」の合計が15段でした。このとき、3人の並べた基石の個数の組合せは何通り考えられますか。

問題はこれで終わりです。