

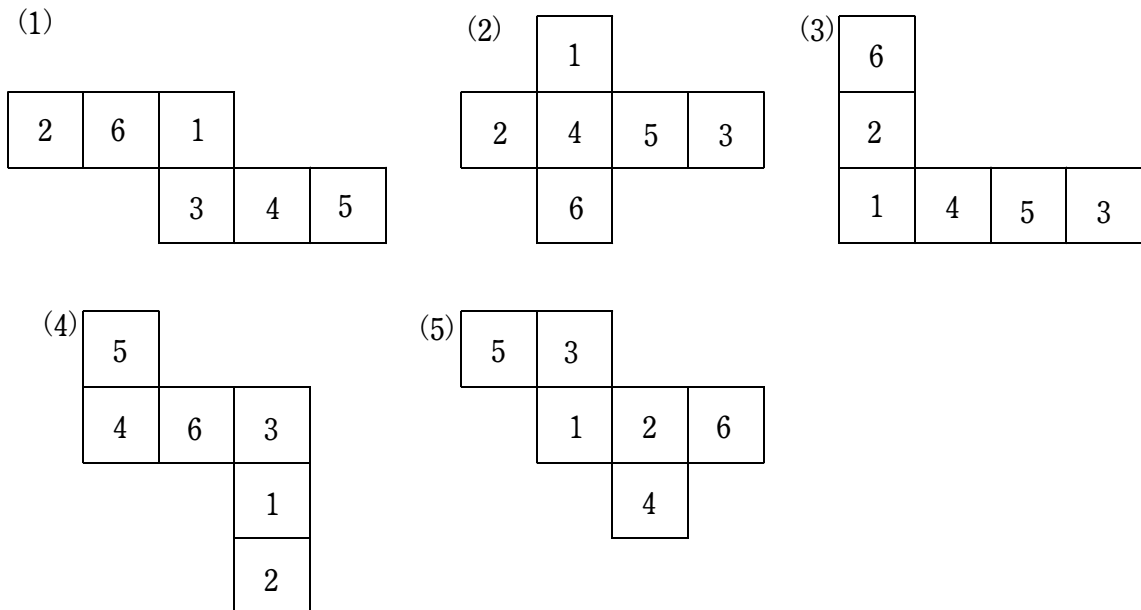
1 <1>

下の(1)～(5)は、1～6の数字が書かれた正方形を6枚つなげた図です。それぞれ、次のA～Cの中からあてはまるものを1つ選び記号で答えなさい。

A：立方体ができる展開図で、すべての向かい合う面の数字の和が7になる。

B：立方体ができる展開図であるが、向かい合う面の数字の和が7でないものもある。

C：立方体ができる展開図ではない。



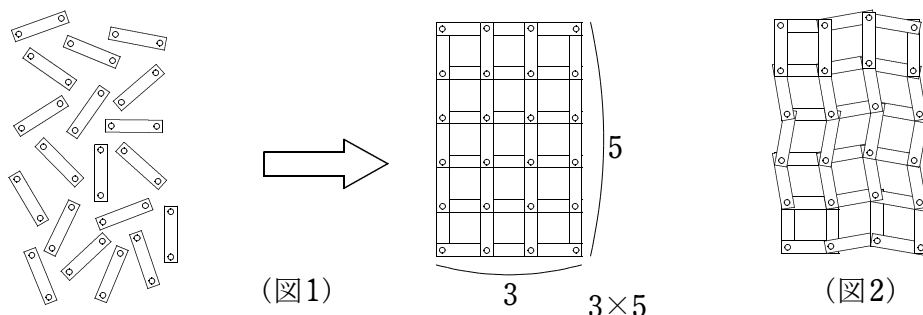
<2>

A, B, C, Dのおもりの重さを調べたところ、次の①～③のことがわかりました。このとき、A, B, C, Dのおもりを軽い順に並べなさい。

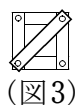
- ① C 2個の重さは、B 1個とD 1個の重さの合計と同じになりました。
- ② A 1個とB 1個の重さの合計は、C 1個とD 1個の重さの合計より軽いです。
- ③ D 2個の重さは、A 1個とB 1個の重さの合計と同じになりました。

- ② 建物を建てる時、車で運べる資材の長さは限られています。そのため、資材をつなぎ合わせて建物を建てます。今回は同じ長さの鉄材(図1左)を用いて建物を建てるとし、その鉄材の端を1つのボルトでつなぎ合わせ、建物のフレームを組みました(図1右)。

しかし、長い時がたつと、ボルトが緩んでしまうかもしれません。ボルトが緩んでしまったら、このフレームは崩れてしまいます(図2)。ただし、鉄材そのものが折れ曲がることは考えないものとします。



ここで、(図2)のように各四角形が動き(変形し)フレームが崩れてしまうことから、崩れないような対策として、四角形に「梁(はり)」と呼ばれる対角線を入れ、三角形をつくりまします。各四角形が歪んでは大変なので、ここでは四角形のすべての角がちょうど90°となるように梁の長さをとります(図3)。



今回は3×5のフレーム(図1右)を固定するために、梁をどこにどのように入れたらよいか考えます。すぐに思い浮かぶのは「各四角形すべてに1本の梁を入れること」ですが、すべて入れなくてもフレームが固定されるのであればその方がコストが抑えられるのでよいです。そこで、最小何本で固定されるかを考えます。

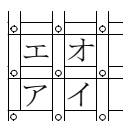
AさんとBさん2人でこの問題を考えました。

- (1) Bさんは(図2)の状態において、フレームが崩れるときにはフレームの縦に並ぶ辺、横に並ぶ辺は平行に動くことに気づきました。平行に動く理由を次のように考え、ノートにまとめました。[あ]に入る言葉を、また、[い]に入る数を答えなさい。

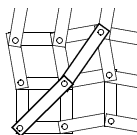
まず1つの四角形は辺の長さがすべて等しいことから、[あ]形とわかる。

[あ]形の性質から、向かい合う辺は平行である。だから1つの四角形の向かい合う辺は平行で、さらに[あ]形が並んでいるので、縦に並ぶ辺、横に並ぶ辺は平行に動く。こうして、鉄材はすべてがバラバラに動くわけではなく、今回の3×5であれば縦と横をあわせると[い]組の平行に動く鉄材の組があることがわかる。

- (2) 最小何本で固定されるかを考えるため、Aさんが先に次のように考えました。その考えを聞き、Bさんの考えも出てきました。①～⑥に入る記号または数を答えなさい。ただし、以下の説明でア～ソは次の(図4)、(図6)の四角形の場所を指すものとしす。



(図4)



(図5)



(図6)

■ Aさんの考え

まず、 2×2 の小さいフレーム(図4)で考えてみる。梁をアに入れるとその四角形だけすべての角が 90° になって動かない。しかし、フレームは固定されない。さらに梁をオに入れてみると、フレームは(図5)のようにまだ固定されない。さらに梁をイにも入れてみると、①の四角形には梁を入れなくてもフレームは固定される。それは、①の四角形は梁を入れなくてもすべての角は 90° になるからである。

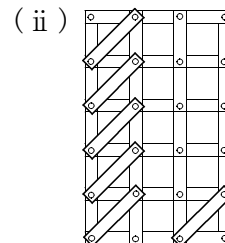
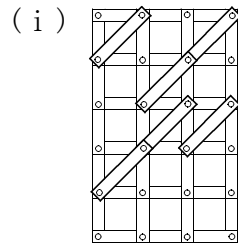
では、 3×5 の(図6)でも同じように考えていく。ア・イ・オに梁を入れた状態で、さらにクにも梁を入れる。そうすると、①、②、クの3つの四角形はすでに動かないので、③の四角形も梁を入れなくても動かない。同じように必要なところを考えて梁を入れていくと、 3×5 のフレームであれば、全部で最小④本必要だと分かった。

その考えを聞いたBさんは、Aさんの考えを応用できることに気づきました。

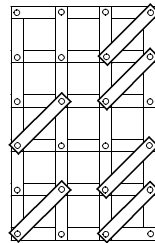
■ Bさんの考え

(図6)において、例えばア・ウ・エの3つに梁を入れたとき、⑤の四角形は梁を入れなくても動かない。これは、(1)で考えたように向かい合う辺は平行で、すべてがバラバラに動くわけではないからである。梁の入れ方を変えて、例えば、ア・キ・ケの3つに梁を入れたときには、⑥の四角形は梁を入れなくても動かない。だから、Aさんのような考えで梁を入れる以外にも梁の入れ方がある。ただし、最小本数はAさんと同じ本数となった。

- (3) 次の(i), (ii)の図は, それぞれ, あと1本の梁^{はり}を入れるとフレームが固定されます。梁を入れる場所はいくつかありますが, 解答欄^{かいとうらん}の図にはそのうちの1本をかきこみなさい。



- (4) 次の図は, あと1本の梁を入れるとフレームが固定されます。梁を入れる場所はいくつありますか。



- (5) 3×7 のフレームでは, 最小何本で固定されますか。

③ 次のルールに従^{したが}って、図形をかいていきます。

＝ルール＝

ア．長さが1cmの1本の線を用意する。(図1)

イ．この線を3等分して、図1から図2になるように、同じ長さをもつ4つの線をつなげて変形する。

ウ．すべての線でイの変形をする。(図3)

エ．すべての線でこの変形を繰^くり返^{かえ}していく。

ただし、両^{りょうはし}端^{ちようてん}は頂^{ふく}点^{てん}に含みません。

例えば、図2の頂点の個数は3個です。

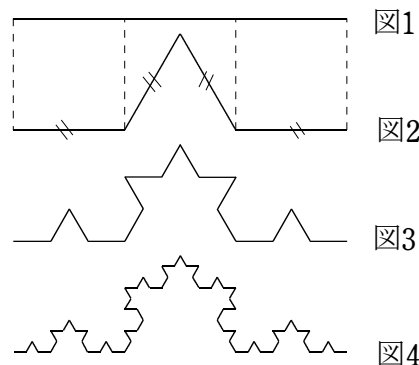
このとき、次の問いに答えなさい。

(1) 図2の線の長さの和を求めなさい。

(2) 図3の線の長さの和と頂点の個数を求めなさい。

(3) 図4の線の長さの和と頂点の個数を求めなさい。

(4) 図4をさらに1回だけ変形した図形の線の長さの和と頂点の個数を求めなさい。



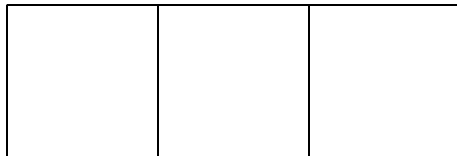
□4 容器Aと容器Bには、ともに濃度^{のうど}8%の食塩水が1000g入っています。
これについて次の問いに答えなさい。

(1) 容器Aの食塩の重さは何 g ですか。

(2) 容器Aから350gの食塩水を取り出して、取り出した同じ量の水を容器Aに入れたときの食塩水の濃度は何%になりますか。

(3) 容器Bから何gかの食塩水を取り出して、取り出した同じ量の水を容器Bに入れました。さらに、容器Bから前に取り出した2倍の量の食塩水を取り出して、取り出した同じ量の水を容器Bに入れると濃度が3%になりました。はじめに取り出した食塩水は何gでしたか。

- 5 下の図のように3枚の正方形の板をつなげて1枚の板を作りました。この板の両面の6つの正方形それぞれに白または赤の色を塗ることにします。塗り終えた板において回転や裏返しで同じ塗り方になるものは1通りとします。また、各正方形には1つの色を塗るものとします。



- (1) 6つの正方形がすべて同じ色であるとき、塗り方は何通りありますか。
- (2) ちょうど5つの正方形が同じ色であるとき、塗り方は何通りありますか。
- (3) ちょうど4つの正方形が同じ色であるとき、塗り方は何通りありますか。
- (4) 塗り方は全部で何通りありますか。

問題はこれで終わります