1 ＜１＞

　A さんと B さんと C さんと D さんと E さんの 5 人で 50 m走をしました。結果について 5 人は次のように発言をしました。

　　A さん　「私は，3 位か 4 位のどちらかです。」
　　B さん　「私は，A さんと D さんの両方に負けました。」
　　C さん　「私は，1 位でも 2 位でもありませんでした。」
　　D さん　「私は，1 位でも 3 位でもありませんでした。」
　　E さん　「私は，A さんには負けましたが，D さんには勝ちました。」

　A さんのみがうそを言ったことがわかりました。B さん C さん D さん E さんの 4 人は本当のことを言っています。このとき，5 人の順位を答えなさい。ただし，同じ順位はないものとします。

＜２＞

【例題】　$\boxed{1\quad}+\boxed{2\quad}+\boxed{3\quad}=231$

【答え】　$\boxed{1\quad}+\boxed{200}+\boxed{30\ }=231$

　例題のように 1 つの数字が書かれたカードで作られた足し算の式があります。1 つあるいはいくつかのカードに 0 を加えて，正しい式を作ります。1 つのカードに 0 はいくつ書いてもかまいません。0 がつかないカードがあってもかまいません。そうすると答えが出てきます。これに従い，次の式を完成させなさい。

(1)　$\boxed{7\quad}+\boxed{8\quad}+\boxed{9\quad}=105$

(2)　$\boxed{2\quad}+\boxed{4\quad}+\boxed{6\quad}+\boxed{8\quad}=650$

(3)　$\boxed{4\quad}+\boxed{5\quad}+\boxed{6\quad}+\boxed{8\quad}+\boxed{9\quad}=500$

2 Aさんはある本に載っていた”数の不思議－コラッツ予想問題－”に興味を持ちました。

”数の不思議－コラッツ予想問題－”

2以上の整数に次のような計算をします。

操作①：その数が奇数なら3倍して1を足す

操作②：その数が偶数なら2で割る

操作①・②で得られた数が1になるまで，この計算をくり返します。

たとえば，スタートの数が10のとき

10 → 5 → 16 → 8 → 4 → 2 → 1

6回の操作で1になります。

スタートの数がどんな数でも，くり返すと必ず1になると予想されています。予想されているだけで，必ずそうなるかは未だ分かっていません。おそらく成り立つと言われているのですが，どんなに大きな数でも1になるのかをどのように説明するかが分かっていないのです。

これは，ドイツ人数学者のコラッツ（L. Collatz）が1937年に提示した問題で半世紀以上解決されていない問題です。そのため，コラッツ予想問題と言われています。

コンピュータが発達している現在でも分からないと聞くと，興味深い問題ではありませんか？

Aさんはスタートの数がどんな数でも1になるか調べてみたくなり，2から順番に書いて調べてみることにしました。

2 → 1	操作回数：1回
3 → $\boxed{\quad（あ）\quad}$ → 1	操作回数：$\boxed{（い）}$回
4 → 2 → 1	操作回数：2回
5 → 16 → 8 → 4 → 2 → 1	操作回数：5回

4つ試してみると，実際に書き出したら本当に1になりそうだと思ったので，「13」でも試してみました。

13 → $\boxed{\quad（う）\quad}$ → 1　　操作回数：$\boxed{（え）}$回

13でも1になることがわかりました。

また，ここでAさんは，スタートの数から操作をくり返す中で同じ数が出てくると，後は必ず同じ操作になるので調べる必要がないことに気づきました。例えば，途中で4が出ると，その後は必ず4→2→1となります。そこで，Aさんはゴールの1から調べていくことにしました。

次の問いに答えなさい。

(1)　(あ)，(う)に当てはまる数と矢印(→)を書きなさい。また，(い)，(え)に当てはまる数を答えなさい。

(2)　操作(そうさ)回数が 4 回になるときのスタートの数を答えなさい。

(3)　操作(そうさ)回数が 7 回になるときのスタートの数は 4 つあります。それらをすべて答えなさい。

(4)　あるスタートの数は操作回数 8 回で 1 になります。その 8 回の操作のうち操作①を行うときに 1 を足すかわりにまちがえて 1 を引いてしまったため，操作回数 5 回で 1 になってしまいました。このスタートの数を答えなさい。

(5)　コラッツ予想問題の特徴(とくちょう)や規則性について気づいたことをまとめることにしました。下の【例】のように，特徴(とくちょう)や規則性について気づいたことで【例】以外のことを 1 つ述べなさい。

【例】操作回数が同じで，スタートの数が一番大きい数は操作②だけをくり返す数です。

3 太郎君はストップウォッチを使って，目を閉じた状態で 5 秒や 10 秒など決めたタイムちょうどにストップウォッチをとめられるかというストップウォッチチャレンジというゲームをしました。しかし，何度やっても決めたタイムちょうどにとめられないことが多いことに気づきました。そこで，次のルールで調べてみることにしました。

〜ルール〜

① 小数第一位まで計ることのできるストップウォッチを使用する。

② 10 秒から 60 秒まで 10 秒単位で計る。

③ 決めたタイム 1 つにつき 5 回ずつ計る。

④ その平均を求め，決めたタイムとの「差」を記録する。（平均は小数第二位を四捨五入）

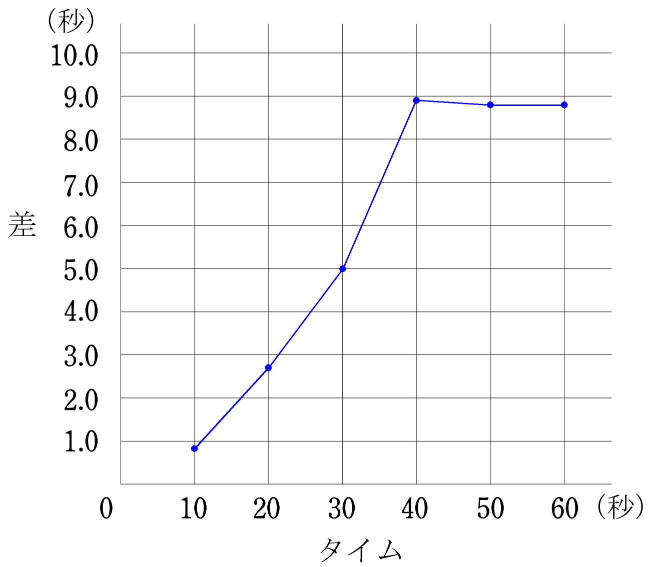
⑤ 10 秒ずつタイムを変え，「差」の変化を記録する。

⑥ それらを表やグラフに表す。

ストップウォッチチャレンジの結果，下の表をつくることができました。

	10秒	20秒	30秒	40秒	50秒	60秒
1回目	10.6	21.8	34.3	49.6	58.1	68.4
2回目	10.8	22.0	34.8	48.6	59.6	68.2
3回目	10.9	22.6	35.6	50.9	57.4	69.1
4回目	10.9	23.6	35.7	47.9	59.7	69.7
5回目	10.8	23.4	34.8	47.5	58.9	68.2
平均	10.8	22.7	35.0	48.9	58.7	68.7
差	0.8	2.7	5.0	8.9	8.7	8.7

また，タイムと「差」のグラフは次のようになりました。



また，お母さんにも同様のゲームをしてもらいました。下の表はそのときの結果です。

	10秒	20秒	30秒	40秒	50秒	60秒
1回目	10.9	20.3	29.5	38.5	43.3	53.4
2回目	11.1	20.8	28.5	38.1	43.0	56.4
3回目	10.8	21.3	エ	37.5	41.9	51.5
4回目	10.5	19.9	29.7	38.6	43.4	55.4
5回目	11.5	20.6	27.6	37.3	43.3	51.8
平均	ア	20.6	28.9	38.0	43.0	53.7
差	イ	0.6	1.1	2.0	ウ	6.3

問１　次の問いに答えなさい。

(1)　ア，イ，ウに当てはまる数を答えなさい。

(2)　エに当てはまる数をすべて答えなさい。

(3)　左のグラフと同じように点をとりながら，お母さんの記録のグラフを解答用紙に完成させなさい。

問２　太郎(たろう)君は自分とお母さんの記録を比較(ひかく)することで，あることに気づきました。次の①～⑦のうち，必ず正しいといえるものをすべて選び，記号で答えなさい。

①　太郎(たろう)君よりお母さんの方が必ず「差」が小さい。
②　決めたタイムが長くなるほど「差」は必ず大きくなる。
③　年齢(ねんれい)が増えるほど必ず「差」は小さくなる。
④　目を閉(と)じて計ると実際より時間が経(た)つのが遅(おそ)く感じる。
⑤　お母さんのゲームの記録で，最も大きい「差」はおよそ７秒である。
⑥　太郎君とお母さんは仲が良い。
⑦　太郎君とお母さんの時間が進む速さの感覚は異(こと)なる。

4　いくつかの立方体からできている立体があります。この立体の体積がちょうど半分になるように青色の部分を取りのぞきます。そのときにできる立体をいろいろな角度から見た形を考えます。（見えていない部分にも青色の部分はあります。）例えば，下の図 1 の左前から見たもとの立体の青色の部分を取りのぞいたものが図 2，さらに図 2 を右前から見たものが図 3 になります。

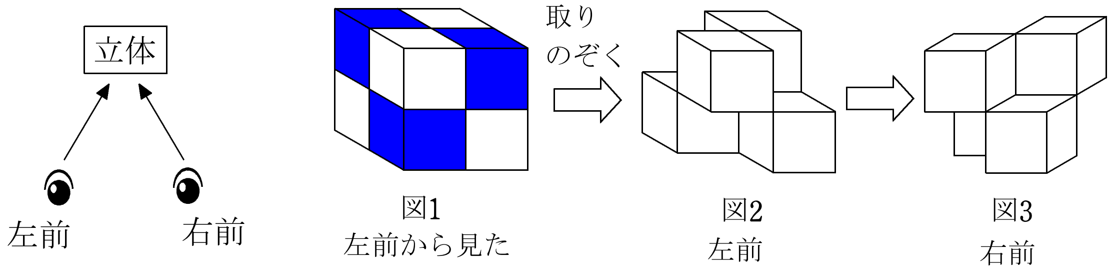


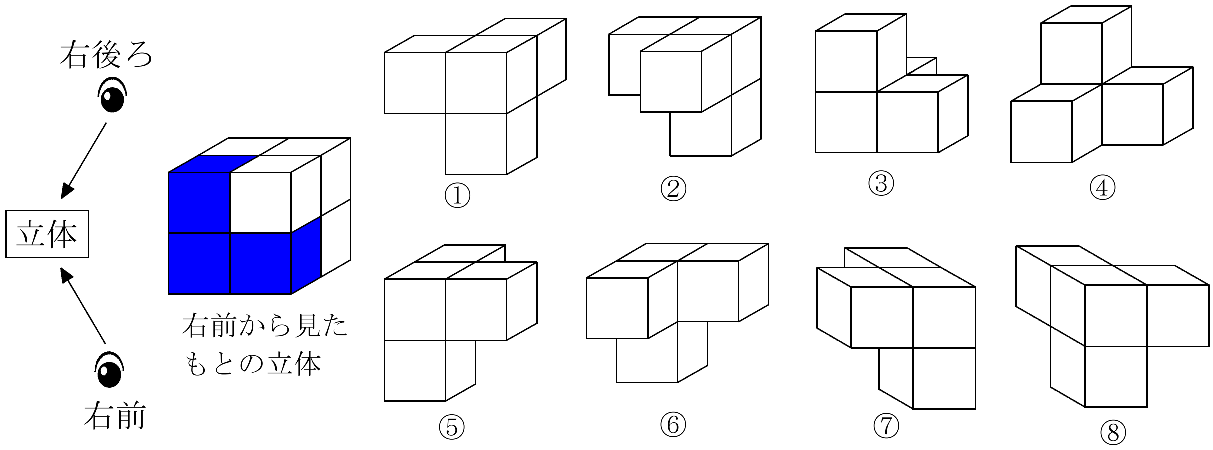
図1
左前から見た
もとの立体

図2
左前

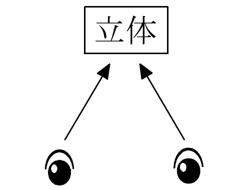
図3
右前

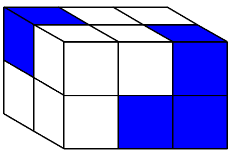
このとき，次の問いに答えなさい。

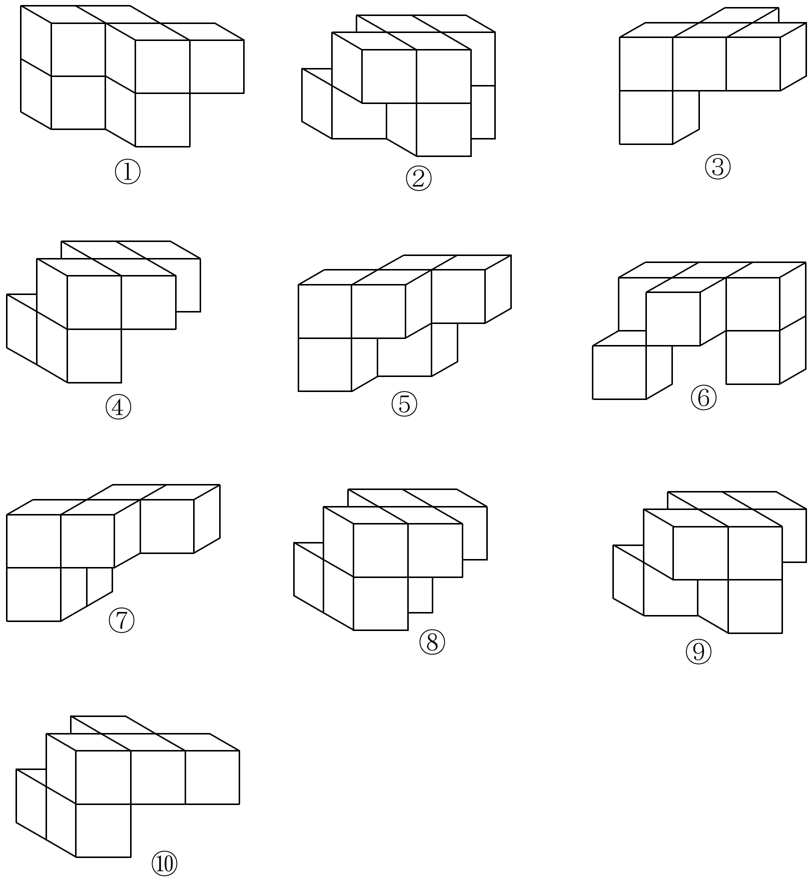
(1)　下の図の右前から見たもとの立体の青色の部分を取りのぞき，それを右前から見た図として考えられるものを，次の①～⑧の中から 1 つ選び記号で答えなさい。また，右後ろから見た図として考えられるものを，次の①～⑧の中から 1 つ選び記号で答えなさい。



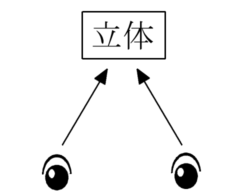
(2)　下の図の左前から見たもとの立体の青色の部分を取りのぞき，それを左前から見た図として考えられるものを，次の①～⑩の中から 1 つ選び記号で答えなさい。また，右前から見た図として考えられるものを，次の①～⑩から 1 つ選び記号で答えなさい。

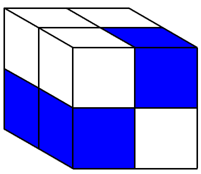



左前から見た
もとの立体



(3)　下の図の左前から見たもとの立体の青色の部分を取りのぞき，それを右前から見た図として考えられるものを解答用紙にかきなさい。




左前から見た
もとの立体

5　容器 A，B，C，D，E，F には，濃度（のうど）のわからない食塩水がたくさん入っています。これについて，次の問いに答えなさい。

(1)　容器 A の中から 500g を取り出し，食塩の量を調べると 20g ありました。容器 A の食塩水の濃度（のうど）は何％ですか。

(2)　容器 B から 400g，容器 C から 100g を取り出し，食塩の量を調べると，B と C の比は 2 : 3 となり，それらを混ぜると容器 A と同じ濃度になりました。このとき，容器 B と容器 C の食塩水の濃度はそれぞれ何％ですか。

(3)　容器 D と容器 E を 7 : 3 の比で取り出して混ぜると濃度は 3.7 ％，容器 E と容器 F を 7 : 3 の比で取り出して混ぜると濃度は 4.5 ％，容器 D と容器 F を 3 : 7 の比で取り出して混ぜると濃度は 6.8 ％になりました。このとき，容器 D と容器 E と容器 F から同じ量を取り出して混ぜると，濃度は何％になりますか。

問題はこれで終わりです